

Funkcja zdaniowa
(forma zdaniowa)

- Funkcja zdaniowa (forma zdaniowa) z jedną zmienną określona na dziedzinie D , jest to takie wyrażenie zawierające tę zmienną, które staje się zdaniem, gdy w miejsce zmiennej podstawimy nazwę dowolnego elementu zbioru D .
- Element dziedziny funkcji zdaniowej spełnia tę funkcję wtedy i tylko wtedy, gdy po podstawieniu go do tej funkcji zdaniowej w miejsce zmiennej otrzymamy zdanie prawdziwe.
 $p(x)$, $q(x)$, $f(x)$ – symbole funkcji zdaniowych ze zmienną x .

Kwantyfikator

- \bigwedge_x ogólny (duży), czytamy „dla każdego x ...”
- \bigvee_x szczegółowy (mały), czytamy „istnieje takie x , że ...”

Prawa de Morgana dla kwantyfikatorów

- $\lceil \sim \bigvee_x p(x) \rceil \Leftrightarrow \bigwedge_x \lceil \sim p(x) \rceil$
- $\lceil \sim \bigwedge_x p(x) \rceil \Leftrightarrow \bigvee_x \lceil \sim p(x) \rceil$,

gdzie $p(x)$ jest formą zdaniową zmiennej x określoną na pewnej dziedzinie.

Twierdzenie

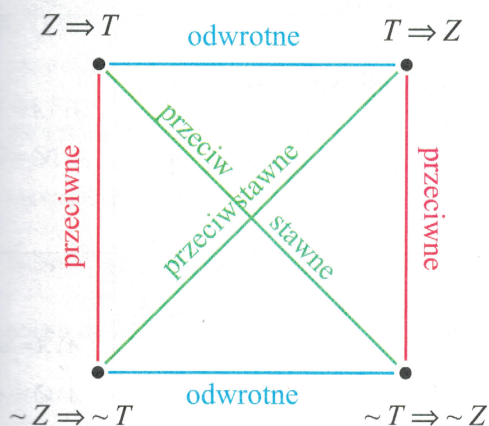
- Zdanie udowodnione w danej teorii matematycznej nazywamy twierdzeniem tej teorii.

Jeżeli twierdzenie t ma postać implikacji $Z \Rightarrow T$, której poprzednik Z nazywamy założeniem, a następnik T tezą, to przyjmujemy następującą terminologię:

twierdzenie proste t : $Z \Rightarrow T$ | twierdzenie przeciwne do t : $\sim Z \Rightarrow \sim T$

twierdzenie odwrotne do t : $T \Rightarrow Z$ | twierdzenie przeciwstawne do t : $\sim T \Rightarrow \sim Z$

Kwadrat logiczny i zamknięty układ twierdzeń



Własności twierdzeń

- Twierdzenia przeciwstawne są równoważne.
- Twierdzenia przeciwne tworzą tak zwany zamknięty układ twierdzeń.
Uwaga:
- Jeżeli prawdziwa jest implikacja $Z \Rightarrow T$, to T jest warunkiem koniecznym dla Z , a Z jest warunkiem wystarczającym dla T .
- Jeżeli prawdziwa jest równoważność $Z \Leftrightarrow T$, to Z jest warunkiem koniecznym i wystarczającym dla T (i odwrotnie).

Zasada indukcji matematycznej

Jeżeli: 1° zdanie, w którym jest mowa o liczbach naturalnych, jest prawdziwe dla określonej liczby naturalnej k ,
2° dla każdej liczby naturalnej n ($n \geq k$) z założenia, że to zdanie jest prawdziwe dla n , wynika, że jest ono prawdziwe dla liczby następnej $n+1$,
to zdanie to jest prawdziwe dla każdej liczby naturalnej nie mniejszej niż k .